オートマトンの等価判定に関する研究

著者	大山口 通夫
号	584
発行年	1976
URL	http://hdl.handle.net/10097/9320

氏　　　　名	大山口（おおやまぐち）　通（みち）　夫（お）
授　与　学　位	工　学　博　士
学位授与年月日	昭和52年3月25日
学位授与の根拠法規	学位規則第5条第1項
研究科，専攻の名称	東北大学大学院工学研究科 （博士課程）電気及通信工学専攻
学位論文題目	**オートマトンの等価性判定に関する研究**
指　導　教　官	東北大学教授　木村　正行
論文審査委員	東北大学教授　木村　正行　東北大学教授　野口　正一 東北大学教授　城戸　健一　東北大学助教授　那須　正和 東北大学助教授　丸岡　章

論　文　内　容　要　旨

1. まえがき

本論文で研究する計算の抽象的モデルとして，決定性プッシュダウンオートマトン（dpda；これは1個のプッシュダウンスタックと有限の内部状態をもつ）を考える。これは実際のプログラミングにおいて，たとえばシンタックスアナライザーを記述するとき，またはコンパイラーにおいてリカージョンを実行するときに広く使用されるスタックの概念を形式化したものである。本論文では主にdpda 等価性判定問題（すなわち2つの機械が等価を計算をするかどうか判定する“effective”な手続きが存在するか？）を考える。dpda 等価性判定問題は重要であり，これに関する研究がいくつかあるがまだ一般的には未解決である。本論文の主な結果はdpda の以下の2つの部分クラスについて等価性が判定可能であることを示したことである。(1) 1 状態

(stateless) dpdaのクラス(S), (II)拡張された正則 (extended nonsingular) dpdaのクラス ($\overline{\mathrm{No}}$)。

(I)のクラスの等価性テストを見つける問題はValiant[1] によって提起されたものである。(II)のクラスは実時間空スタック受理式dpda の部分クラスの中でこれまでに等価性テストがみつけられている最大のクラスNoを拡張したものである。本論文ではさらに(I)と(II)の等価性テストを拡張して，等価性を調べる２つの機械がそれぞれ異なるクラスに属する場合(III)と(IV)についてそれらの等価性が判定可能であることを示した。(III)一方がクラスＳに属し，他方が一般のdpda である場合，(IV)一方がクラス$\overline{\mathrm{No}}$ に属し，他方が一般のdpdaである場合。

興味ある他の等価性判定問題としてＤＯＬ系列等価性判定問題（自由モノイドΣ^* 上の２つの準同型写像 h_1 と h_2 そしてΣ^*のある語σを与えてすべての $n\geq 0$ について $h_1^n(\sigma)=h_2^n(\sigma)$ が成立するかどうか判定する effective な手続きがあるか？）である，Valiant[3]はΣが２記号からなる場合についてその等価性が判定可能であることを示した。本論文ではこの結果を拡張してΣが３記号からなる場合についてその等価性が判定可能であることを示した。しかしごく最近Culikら[4]はΣ任意の記号数からなる場合について等価性が判定可能であることを示したため，残念ながら本論文の結果はCulik らの結果に含まれてしまう。本論文の結果はCulikらの結果とは独立に得られたものである。

2. 定　　義

dpda$M=(Q, \Gamma, \Sigma, C_s, F)$，ここで$Q$，$\Gamma$と$\Sigma$はそれぞれ$\{q_1\cdots\}$，スタック記号$\{A_1\cdots\}$と入力記号$\{a_1\cdots\}$の有限集合そして$\Delta$，$C_s$とFを以下に定義する。とくに$\Gamma^*$と$\Sigma^*$ の語をそれぞれωとα，Γ^*とΣ^*の空語をそれぞれΛとεであらわす。$C=(p, \omega)$をコンフィグレーションといい，モードは$Q\times\Gamma$のペアであり入力モードまたはεモードのどちらかである。Δは遷移の集合でその元は $(q, A)\xrightarrow{\pi}(q', \omega)$，但し$\pi\,\varepsilon\,\Sigma\cup\{\varepsilon\}$，の形をもち，かつ (q, A) が入力モードならば各$a\,\varepsilon\,\Sigma$に対しただ１つの遷移をもち$\pi=\varepsilon$ は定義されない，(q, A) がεモードならば$\pi=\varepsilon$ のただ１つの遷移をもつMが $(q, \omega A)\xrightarrow{\pi}(q', \omega\omega')$ の動作をするのは，$(q, A)\xrightarrow{\pi}(q, \omega')\,\varepsilon\,\Delta$のときかつそのときだけである。動作の系列$C_0\xrightarrow{\pi_1}C_1\cdots\xrightarrow{\pi_2}C_n$を単に$C_0\xrightarrow{\alpha}C_n$，但し$\alpha=\pi_1\cdots\pi_n$，とあらわす。受理モードの集合Fは$Q\times(\Gamma\cup\{\Omega\})$，但し$\Omega$は空スタック，の部分集合である。語$\alpha$がコンフィグレーションCで受理されるのは，ある$C'$が存在して$C\xrightarrow{\alpha}C'$かつ$C'$はＦに属するモードをもつときかつそのときだけである。コンフィグレーションCで受理される語の集合を$L(C)$であらわす，$L(C_1)=L(C_1)=L(C_2)$のとき２つのコンフィグレーションC_1とC_2は等価であるといい，$C_1\equiv C_2$であらわす，Mで受理される入力語の集合$L(M)$は$L(C_S)$で定義される，但しC_SはMの初期コンフィグレーション．$L(M_1)=L(M_2)$のとき２つの機械M_1と

M_2は等価であるという。dpda の機械のクラスをDとすると，ε モードをもたないdpda のクラスをRとする，クラスDとRに対して機械が以下の条件(a)をみたす，すなわち空スタック受理式の部分クラスをそれぞれD_0とR_0とする：(a) F　Q×{Ω}，‖Q‖＝1をみたすdpdaのクラスをSとする，但し‖Q‖はQの元数クラスSの機械を1状態dpda という。クラスNoは以下の条件(b)をみたすD_0の部分クラスである：(b)ある$m \geq 0$ が存在して任意のω，$\omega' \varepsilon \Gamma^*$とq，$q' \varepsilon Q$（但し$|\omega|>m$ についてL（q，$\omega\omega'$）＝L（q'，ω'）ならばL（q'，ω'）＝ϕ であるが成立する，ここで$|\omega|$ は語ωの長さそしてϕは空集合である。動作の系列$C_1 \to C_2 \cdots \to C_{\ell}$が増加〔減少〕系列であるのは任意の i（$1 \leq i \leq \ell-1$）について$|C_i| \leq |C_{i+1}|$〔$|C_i| \geq |C_{i+1}|$〕が成立することである，但し$C_i=(q_i, \omega_i)$のとき$|C_i|=|\omega_i|$。$C \varepsilon Q \times \Gamma^*$が有限ターンの性質（略して f.t.p.）をもつのはある$m \geq 0$ が存在して任意の$\alpha \varepsilon \Sigma^*$による$C \xrightarrow{\alpha} C'$の動作系列が高々n＋1個の動作系列に区分され，かつ区分された各系列は増加または減少系列のどちらかであるときである。このCはn－f.t.p.をもつとよぶ。クラス$\overline{\mathrm{No}}$は以下の条件(C)をみたすR_0の部分クラスとする：(C)あるm_c，$n_c \geq 0$ が存在して任意のω，$\omega' \varepsilon \Gamma^*$とq，$q' \varepsilon Q$（但し$|\omega|>m_c$)についてL（q，$\omega'\omega$）＝L（$q'$，$\omega'$）ならば（$q'$，$\omega'$）は$n_c$－f.t.p.をもつが成立する。初期コンフィグレーションC_sがf.t.p.をもつdpdaを有限ターンオートマトンとよびそのクラスをTとする。$Q \times \Gamma \times Q \times \Gamma^{(\ell)}=\{\Delta\} \cup \Gamma \cup \cdots \cup \Gamma^{\ell}$上の関数$F_{\ell}$を以下に定義する。$F_{\ell}$（$q_1$，$A_1$，$q_2$，$\xi_2$）はもしL（$q_1$，$\omega_1 A_1$）＝L（$q_1$，$\omega_1 A_1$）＝L（$q_2$，$\omega_2 \xi_2$）かつL（$q_1$，$\omega_1 A_1$）＝$\phi$をみたす$\omega_1$，$\omega_2 \varepsilon \Gamma^*$が存在するならばそのようなペア（$\omega_1$，$\omega_2$）のうちでmax（$|\omega_1|$，$|\omega_2|$)の値が最小となる値をとる，存在しないならば定義されない。

dpdaMサイズ（SIZE（M））は以下のように定義される：SIZE (M)＝‖Q‖＋‖Σ‖＋‖Γ‖＋‖Δ‖＋h，但しhはΔの遷移にあらわれるスタック語の最大の長さ。

DOL システムは3つ組S＝(Σ，δ，σ)で定義される，ここでΣは記号の有限集合，$\delta : \Sigma \to \Gamma^*$は準同型写像，そして$\sigma \varepsilon \Sigma^+$は公理である。Sが生成する系列をC(S)＝{(i，δ^i（σ)｜$i \geq 0$}とする，但しδ^0(σ)＝σ，DOLシステムSとS′に対して系列等価（略してC－等価）とC(S)＝C（S′）が成立することである。

3. 結　　果

（定理 3.1）L（S_0)　L(S)　L(R)，但しS_0は1状態空スタック受理式dpda のクラス，そしてL(X)＝{L(M)|MεX}。（定理 3.2）1状態dpdaの等価性問題は判定可能である，そして判定に要する時間が$2^{2^{p(n)}}$で押えられる等価性テストが存在する，但しnは調べる機械サイズ，そしてP(n)はnのある多項式。　（定理 3.3）任意の$M_1 \varepsilon D$と$M_2 \varepsilon S$を与えてM_1とM_2が等価かどうか判定可能である，そして判定に要する時間は$2^{2^{p'(n)}}$で押えられる等価性テストが存在する，

但しnは調べる機械のサイズそしてp′(n)はnのある多項式。　（定理 4.1） L（No） L（$\overline{\mathrm{N}}$o） L（Ro）。（定理 4.2）クラス$\overline{\mathrm{N}}$oにおける等価性は判定可能である。　（定理 4.3）任意の$M_1 \in$ Doと$M_2 \in \overline{\mathrm{N}}$oを与えて$M_1$と$M_2$が等価かどうか判定するeffectiveな手続きが存在する。（系）一方がDに属し他方が$\overline{\mathrm{N}}$oに属する場，それらの等価は判定可能である。

（定理 5.2）クラス　（3記号DOLシステムのクラス）のC－等価性は判定可能である。このを与えることができた主な理由は1状態dpdaがもつ一般的な性質を導いたことであり，そしてその性質を利用した非決定プッシュダウンオートマトン（pda）による模倣を用いたことである。さらにこの結果を拡張して一方がSに属し他方がdpdaである場合のそれらの等価性が判定可能であることを示した。残りはValiant[1]が与えたクラスNoの等価性テストを拡張してクラス$\overline{\mathrm{N}}$oの等価性テストを与えたことである。拡張できた主な理由は関数Feを用いたことである。この結果からクラスNoの等価性テストが有限ターンdpdaのクラス(T)の等価性テスト[1]と本質的に違わないことも理解される。さらに谷口ら[2]が与えた一方がクラスNoに属し他方がdpdaである場合のそれらの等価性テストを拡張して，一方がクラス$\overline{\mathrm{N}}$oに属し他方がdpdaである場合のそれらの等価性テストを与えた。一方がdpdaで他方がクラスS（または$\overline{\mathrm{N}}$o）に属する場合のそれらの等価性テストを得るのに用いたdpdaによる模倣の手法は，すなわち一般のdpdaのスタック語を分割して非決定的に模倣する方法は，もっと一般的に実時間dpdaの部分クラス等価性テストの存在が知られているとき，調べる一方の機械を制限をゆるめて一般のdpdaとした場合のそれらの等価性テストを得るために役立つと推測される。一般のdpdaの等価性テストを見つける問題（または等価な問題として1変数のリカージョンスキーマの等価性テストを見つける問題）はまだ未解決である。この最終目標に向って多くの研究がなされ少しづつ近ずいていると考えられる。なお最近，本論文で与えたクラスSの等価性テストがプログラム理論におけるリカーシブプログラムのある部分クラスの等価性テストを得るのに役立ったという報告を受けている。[5,6]

Valiant[3]が与えた2記号DOL系列等価性が判定可能であるという結果を拡張して，本論文では3記号DOL系列等価性が判定可能であるという結果をえた，ごく最近Culik[4]は任意の記号数のDOL系列等価性が判定可能であることを示したために，残念ながら本論文の結果はCulikらのそれに含まれてしまう。本論文の結果はCulikらの結果とは独立に得られたものである。

〔文　献〕

(1) Valiant, L.G. (1973) Decision procedure for families of deterministic pushdown antomata (Ph.D. thesis), Univ of Warwick.

(2) 谷口, 崇, 杉山 (1975) On the decidability of equivalence for deterministic antomata, Trans. IECE of Tapan 58−D

(3) Valiant, L.G. (11975) The equivalence problem for DOL systems and its decidability for binary alphabets, Technical report No.74 Univ.of Leeds.

(4) Culik II, K. and I. Fris (1976) The decidability of the equivalence problem for DOL−systems, Faculty of Mathematics, Univ. of Waterloo.

(5) Courcelle, B (1977) private communication.

(6) Courcelle, B and Vuillemin, J (1976) Completeness. Results for the equivalence of recursive schemas, J.C.S.S., Vol.12, No.2.

審査結果の要旨

オートマトンの等価性判定問題は，オートマトン・言語理論における最も基本的な問題の一つである。なかでも，決定性プッシュダウンオートマトン（決定性pda）の等価性判定問題は，オートマトン・言語理論における重要な未解決問題の一つである。

著者は，決定性 pda の等価性判定問題について研究し，決定性 pdaの重要な部分クラスについてこの問題が可解であることなどを示した。本論文はその研究成果とまとめたもので全文6章よりなる。

第1章は序論である。第2章では，本論文を通じて用いられる諸定義をのべ，ついで決定性 pda の等価性判定問題に関してすでに知られている結果と本研究で得られた結果との関係をのべている。

第3章では，L.G.Valiantが提起した1状態決定性pdaのクラスの等価性判定問題を考察し，このクラスの任意の二つのpdaを同時に模倣する非決定性pdaを構成することにより，それらの等価性が判定可能であることを示し，ついでその結果を拡張して，一方が1状態pdaで他方が任意の決定性 pda である場合についてもそれらの等価性が判定可能であることを明らかにしている。これは重要な成果である。

第4章では，正則決定性pdaを拡張した決定性pdaの一つの部分クラスを定義し，このクラスについて等価性判定問題が可解であることを示し，さらにその結果を拡張して一方がこのクラスのpdaで他方が任意の決定性pda である場合の等価性判定問題も可解であることを明らかにしている。

第5章では，決定性0型リンデンマイヤー（DOL）システムの等価性判定問題を取り上げ，任意の二つの3記号DOLシステムの等価性が判定可能であることを示している。第6章は結論である。

以上要するに，本論文は決定性pdaの等価性判定問題を取り上げ，1状態決定性pdaのクラスおよび拡張された正則決定性pdaのクラスの等価性判定問題が可解であることを示すなど，オートマトン・言語理論にすぐれた知見を加えたもので，情報工学の発展に寄与するところが少なくない。

よって，本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。